

Esercizio 1 [Pt 10] Discutere la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n^2}}$.

Esercizio 2 [Pt 10] Discutere la convergenza dell'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \cdot \sin \pi x}{x^5 - x^4} dx$.

Esercizio 3 [Pt 10] Sia $a_n := (-1)^n n + \log(e^n + n)$. Si determini $\overline{\lim} a_n$ e $\underline{\lim} a_n$.

Esercizio 4 [Pt 20] Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh(1-x^2)^n}{n \log(n^x + 1)}$.

Esercizio 5 [Pt 20] Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{|\log \cos x|^\alpha} dx$.

Esercizio 6 [Pt 15] Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\tanh x) - (1 - x^3)^{1/3}}{\log(1 + x^3) - x^3 \cos x}$.

Esercizio 7 [Pt 15] Si discuta l'uniforme continuità di $f : x \in (0, +\infty) \mapsto f(x) = \min \left\{ \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^4}, \sqrt{x} \right\}$.
